

Lineare Gleichungssysteme mit vier Unbekannten

Beispiele:

1 Bestimmen Sie die Lösung des folgenden linearen Gleichungssystems.

$$(I) \quad x_1 + 3x_3 - 2x_4 = 11$$

$$(II) \quad 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 7$$

$$(III) \quad -x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2x_4 = -5$$

$$(IV) \quad 3x_1 - 3x_2 - 5x_3 + x_4 = -6$$

2 Bestimmen Sie die Lösung des folgenden linearen Gleichungssystems.

$$(I) \quad x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 = -9$$

$$(II) \quad 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 3$$

$$(III) \quad 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -9$$

$$(IV) \quad 4x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 9$$

Lösungen:

1

$$\begin{array}{l}
 \text{(I)} \\
 \text{(II)} \\
 \text{(III)} \\
 \text{(IV)}
 \end{array}
 \left(\begin{array}{cccc|c}
 1 & 0 & 3 & -2 & 11 \\
 3 & -2 & 1 & 0 & 7 \\
 -1 & 4 & 2 & 2 & -5 \\
 3 & -3 & -5 & 1 & -6
 \end{array} \right) \rightarrow \begin{array}{l}
 \text{(I)} \\
 \text{(II)} \\
 \text{(III)} \\
 \text{(IV)}
 \end{array}
 \left(\begin{array}{cccc|c}
 1 & 0 & 3 & -2 & 11 \\
 0 & -2 & -8 & 6 & -26 \\
 0 & 4 & 5 & 0 & 6 \\
 0 & -3 & -14 & 7 & -39
 \end{array} \right)$$

$$\rightarrow \begin{array}{l}
 \text{(I)} \\
 \text{(II)} \\
 \text{(III)} \\
 \text{(IV)}
 \end{array}
 \left(\begin{array}{cccc|c}
 1 & 0 & 3 & -2 & 11 \\
 0 & -2 & -8 & 6 & -26 \\
 0 & 0 & 22 & -24 & 92 \\
 0 & 0 & 4 & 4 & 0
 \end{array} \right) \rightarrow \begin{array}{l}
 \text{(I)} \\
 \text{(II)} \\
 \text{(III)} \\
 \text{(IV)}
 \end{array}
 \left(\begin{array}{cccc|c}
 1 & 0 & 3 & -2 & 11 \\
 0 & -2 & -8 & 6 & -26 \\
 0 & 0 & 22 & -24 & 92 \\
 0 & 0 & 0 & 184 & -368
 \end{array} \right)$$

$$\text{(IV)} \Rightarrow 184x_4 = -368 \Rightarrow x_4 = -2$$

$$\text{(III)} \Rightarrow 22x_3 - 24x_4 = 92 \Rightarrow x_3 = 2$$

$$\text{(II)} \Rightarrow -2x_2 - 8x_3 + 6x_4 = -26 \Rightarrow x_2 = -1$$

$$\text{(I)} \Rightarrow x_1 + 3x_3 - 2x_4 = 11 \Rightarrow x_1 = 1$$

$\Rightarrow (1 / -1 / 2 / -2)$ ist Lösung des LGS

2

$$\begin{array}{l}
 \text{(I)} \\
 \text{(II)} \\
 \text{(III)} \\
 \text{(IV)}
 \end{array}
 \left(\begin{array}{cccc|c}
 1 & -1 & 2 & -2 & -9 \\
 0 & 3 & 4 & -1 & 3 \\
 3 & -2 & 3 & 0 & -9 \\
 4 & 2 & -1 & 1 & 9
 \end{array} \right) \rightarrow \begin{array}{l}
 \text{(I)} \\
 \text{(II)} \\
 \text{(III)} \\
 \text{(IV)}
 \end{array}
 \left(\begin{array}{cccc|c}
 1 & -1 & 2 & -2 & -9 \\
 0 & 3 & 4 & -1 & 3 \\
 0 & 1 & -3 & 6 & 18 \\
 0 & 6 & -9 & 9 & 45
 \end{array} \right)$$

$$\rightarrow \begin{array}{l}
 \text{(I)} \\
 \text{(II)} \\
 \text{(III)} \\
 \text{(IV)}
 \end{array}
 \left(\begin{array}{cccc|c}
 1 & -1 & 2 & -2 & -9 \\
 0 & 3 & 4 & -1 & 3 \\
 0 & 0 & -13 & 19 & 51 \\
 0 & 0 & -51 & 33 & 117
 \end{array} \right) \rightarrow \begin{array}{l}
 \text{(I)} \\
 \text{(II)} \\
 \text{(III)} \\
 \text{(IV)}
 \end{array}
 \left(\begin{array}{cccc|c}
 1 & -1 & 2 & -2 & -9 \\
 0 & 3 & 4 & -1 & 3 \\
 0 & 0 & -13 & 19 & 51 \\
 0 & 0 & 0 & 540 & 1080
 \end{array} \right)$$

$$\text{(IV)} \Rightarrow 540x_4 = 1080 \Rightarrow x_4 = 2$$

$$\text{(III)} \Rightarrow -13x_3 + 19x_4 = 51 \Rightarrow x_3 = -1$$

$$\text{(II)} \Rightarrow 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 3 \Rightarrow x_2 = 3$$

$$\text{(I)} \Rightarrow x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 = -9 \Rightarrow x_1 = 0$$

$\Rightarrow (0 / 3 / -1 / 2)$ ist Lösung des LGS